



**Ministerstvo financií**  
Slovenskej republiky



# Digitálne podpisy

Michal Rjaško



# Digitálne podpisy

Michal Rjaško

# Obsah

- Úvod, čo sú digitálne podpisy
- Bezpečnosť podpisových schém
- Najpoužívanéjšie podpisové schémy
  - RSA, RSA-FDH, RSA-PKCS #1 v1.5, RSA-PSS
  - El-Gamal
  - (EC)DSA,
- Použitie a implementačné problémy

# Úvod

- „elektronické podpisy“ v legislatíve
- „digitálne podpisy“ v kryptológii
  - „digitálne podpisy“  $\subset$  „elektronické podpisy“

Dosiahnuteľné len s pomocou kryptológie,  
poskytujú určité „matematické“ garancie

Iba nejaký elektronický  
„tag“  
skoro žiadne garancie –  
rozhoduje súd,

# Digitálne vs. vlastnoručné podpisy

- Digitálny podpis – ekvivalent vlastnoručného podpisu?
  - Vlastnoručný podpis:
    - Identifikácia podpisujúceho, nepopierateľnosť autorstva
    - Nefalšovateľnosť
    - Potvrdenie dokumentu podpisujúcim (informovaný súhlas)
  - V digitálnom svete je
    - jednoduché kopírovanie
    - jednoducho pozmeníme dokument
- ⇒ Digitálny podpis musí závisieť na dokumente

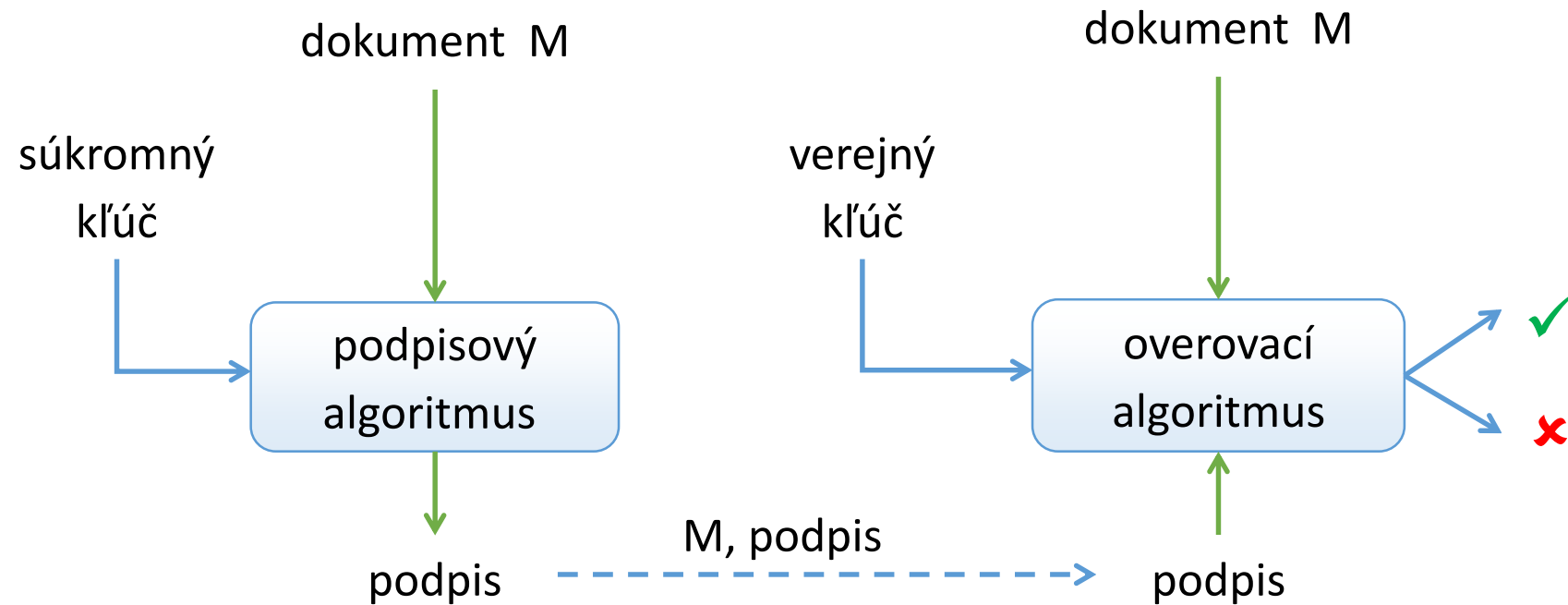
# Digitálne vs. vlastnoručné podpisy

- Digitálne podpisy:
  - Identifikácia podpisujúceho, nepopierateľnosť autorstva
  - Nefalšovateľnosť
  - Potvrdenie dokumentu podpisujúcim (informovaný súhlas) ?
  - Autentickosť a integrita podpísaných údajov
  - Každý môže overiť podpis (zvyčajne)
- Niektoré vlastnosti nie je možné dosiahnuť len pomocou podpisových schém
  - PKI, zákony, predpisy (nie sú predmetom tejto prednášky)

# Digitálne podpisy

- Identifikácia podpisujúceho
  - Crypto + PKI + bezpečný hardware
- Nefalšovateľnosť
  - Crypto
- Potvrdenie dokumentu podpisujúcim, nepopierateľnosť autorstva
  - Ťažké dosiahnuť v praxi
  - Crypto + zákon + predpisy + dôveryhodný hardware a software
- Autentickosť a integrita podpísaných údajov
  - Crypto
- Každý môže overiť podpis (zvyčajne)
  - Crypto

# Schémy digitálnych podpisov s apendixom

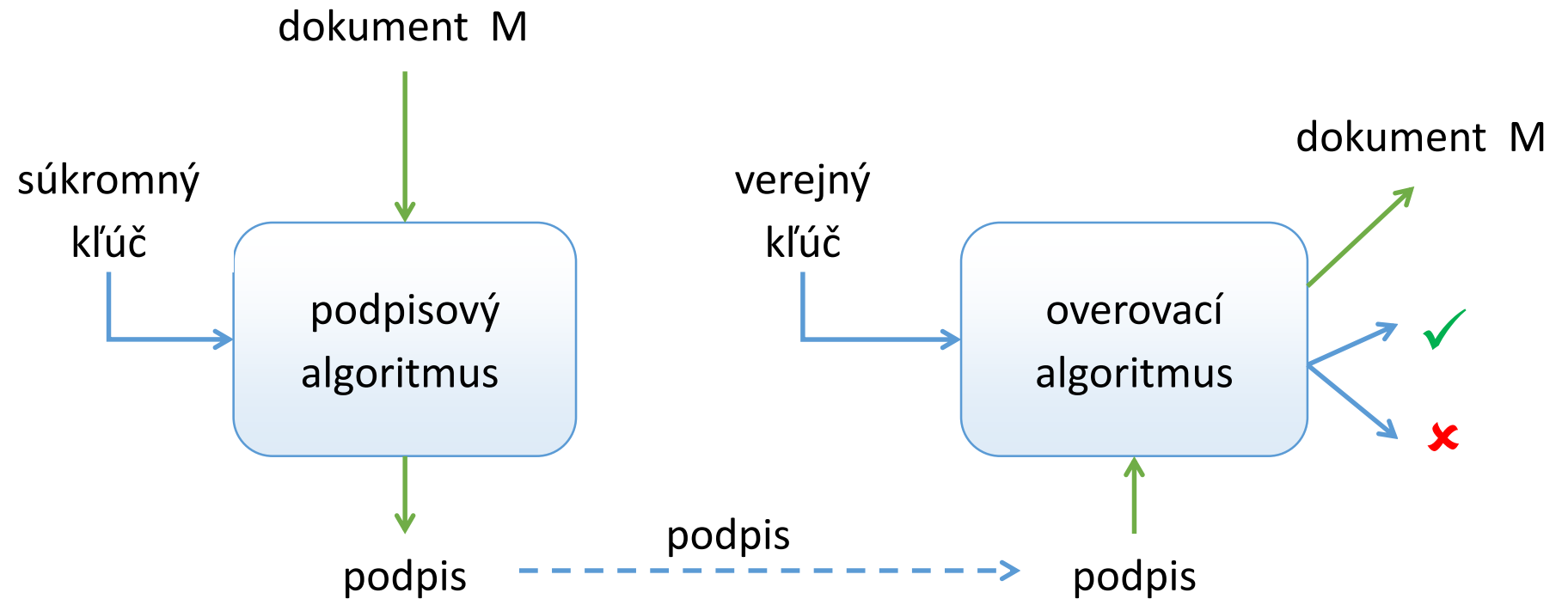


## Asymetrická konštrukcia

- Súkromný kľúč – podpisovanie
- Verejný kľúč - overovanie



# Schémy digitálnych podpisov s rekonštrukciou správy

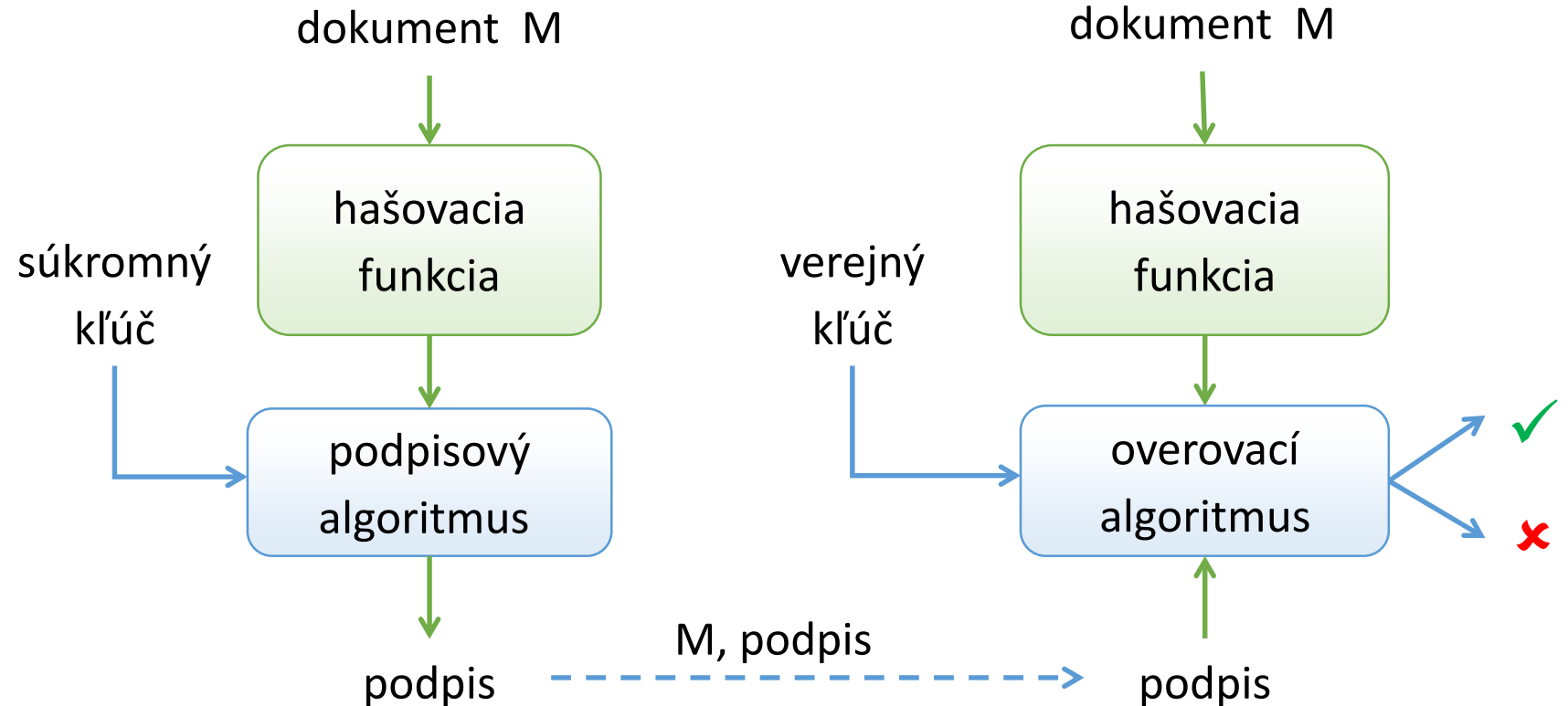


## Asymetrická konštrukcia

- Súkromný kľúč – podpisovanie
- Verejný kľúč - overovanie

# Schémy digitálnych podpisov

najčastejšia forma

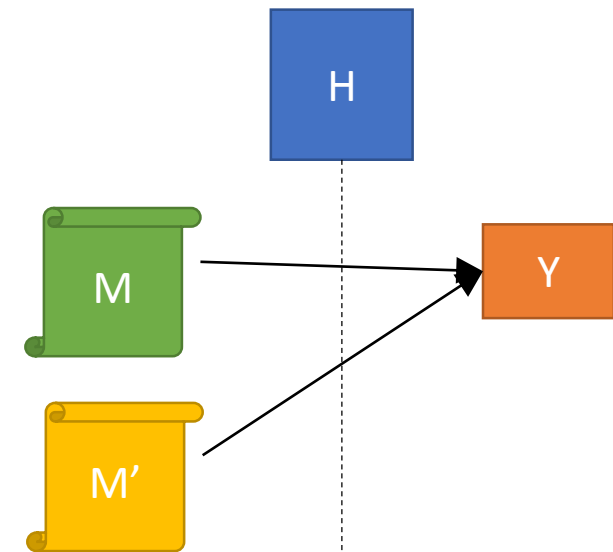


## Asymetrická konštrukcia

- Súkromný kľúč – podpisovanie
- Verejný kľúč - overovanie

# Schémy digitálnych podpisov – poznámky

- V prednáške sa budeme zaoberať len schémami s apendixom
- Použitie hašovacej funkcie
  - Rýchlejšie podpisovanie – podpisuje sa len krátky odtlačok
  - Zabraňuje určitým druhom útokov, napr. falšovanie náhodnej správy
- Bezpečnosť schémy závisí aj od vlastností použitej h.f.
  - napr. potrebujeme odolnosť voči kolíziám



# Schémy digitálny podpisov

Podpisová schéma:  $(Gen, Sig, Vrf)$

**Gen** efektívny (pravdepodobnostný polynomiálny) algoritmus, generuje verejný a súkromný kľúč  $(pk, sk)$

**Sig** efektívny algoritmus, ktorý na základe správy a tajného kľúča podpisujúceho vytvorí podpis:  $\sigma = Sig_{sk}(m)$

**Vrf** zvyčajne deterministický polynomiálny algoritmus, ktorý overuje podpis danej správy:  $Vrf_{pk}(m, \sigma) \in \{true, false\}$

Korektnosť podpisovej schémy:

$$\forall (pk, sk) \leftarrow Gen(1^k) : \forall m : Vrf_{pk}(m, Sig_{sk}(m)) = true$$

# Bezpečnosť podpisových schém

- Idea podobná bezpečnosti autentizačných kódov
  - Útočník má prístup k verejnému kľúču
1. Cieľ – čo chce útočník dosiahnuť
    - čo najjednoduchší
  2. Možný scenár útoku – ako prebieha útok
    - čo najsilnejší
  3. Zdroje – výpočtová sila útočníka
    - čo najväčšie, ale dosiahnuteľné

# Bezpečnosť podpisových schém

## 1. Cieľ

- a) Odhaliť súkromný kľúč
- b) Možnosť vytvoriť falošný podpis pre akúkoľvek správu
- c) Možnosť vytvoriť falošný podpis danej správy  $m$
- d) Možnosť vytvoriť falošný podpis útočníkom zvolenej správy  $m$ 
  - aj keď  $m$  nedáva zmysel
  - “Existential forgery”

# Bezpečnosť podpisových schém

## 2. Scenár útoku

- a) Len so znalosťou verejného kľúča
- b) Útočník pozná niekoľko dvojíc  $(m, \sigma)$ , kde  $\sigma$  je podpis správy  $m$
- c) Útočník si môže zvoliť niekoľko správ, ku ktorým následne dostane ich podpis
- d) **Adaptívny útok**, kde má útočník prístup k podpisovaciemu orákulu  $Sig_{sk}(\cdot)$  – môže si dať podpísať akúkoľvek správu
  - „Adaptive Chosen Message Attack“ (CMA)

## 3. Zdroje – cca $2^{80}$ operácií v rozumnom čase

# Bezpečnosť podpisových schém

- EUF-CMA (existentially unforgeable under the chosen message attack)
  - CMA – útočník má prístup k orákulu  $Sig_{sk}(\cdot)$
  - EUF – úlohou útočníka je vytvoriť správu  $m$  (na ktorú sa nepýtal orákula) a jej podpis  $\sigma$ , kde  $Vrf_{pk}(m, \sigma) = true$
- Podpisová schéma je EUF-CMA, ak pravdepodobnosť úspechu akéhokoľvek **efektívneho** útočníka je zanedbateľná
  - Za predpokladu, že nejaký matematický problém je ťažký (faktorizácia, diskretný logaritmus, DH-problém)
- Efektívny útočník:
  - $< 2^{80}$  operácií, alebo
  - pravdepodobnostný polynomiálny algoritmus



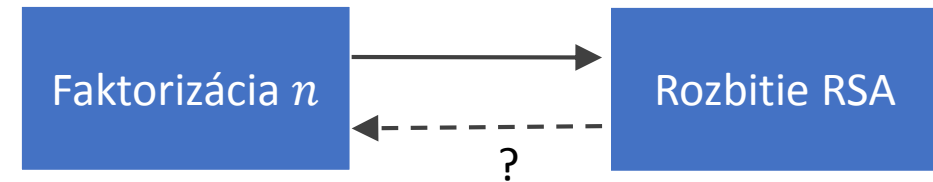
# V praxi používané podpisové schémy

- RSA

- Postavené na RSA probléme, ktorý súvisí s problémom faktorizácie

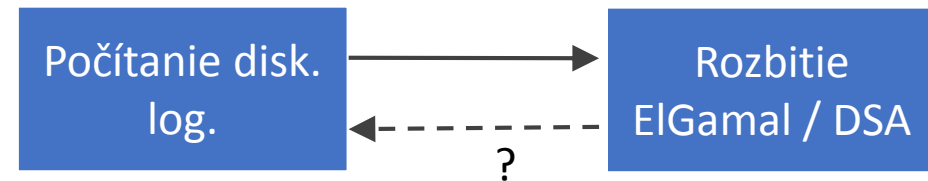
- ElGamal

- postavená na probléme diskretného logaritmu



- DSA

- štandardizovaný NISTom v roku 1994
- postavený na probléme diskretného logaritmu
- obmena ElGamalovej schémy



# RSA podpisová schema

1. pokus – „učebnicová“ verzia

- Veľmi podobná šifrovacej schéme RSA – „obrátene“ transformácie

## Gen

- $n = p \cdot q$ , kde  $p, q$  sú veľké prvočísla
- $e \cdot d \equiv 1 \pmod{(p-1)(q-1)}$
- Verejný kľúč:  $pk = (n, e)$
- Súkromný kľúč:  $sk = d$

Nepoužívať!

Sig:  $\sigma = m^d \pmod n$

Vrf:  $\sigma^e \pmod n == m ?$

- Korektnosť vyplýva z vlastností (bijektívnosti) RSA

# RSA podpisová schema

## 1. pokus – „učebnicová“ verzia – Problémy

- Vieme podpisovať iba krátke správy ( $m \in \mathbb{Z}_n$ )
- Falšovanie náhodnej správy:
  - Útočník vie vygenerovať dvojicu (správa, podpis) – **Existential forgery**
  - $(\underbrace{\sigma^e \bmod n}_m, \sigma)$ , kde  $\sigma \stackrel{\$}{\leftarrow} \mathbb{Z}_n$
  - Útočník nemá kontrolu nad správou  $m$
- Z dvojíc  $(m_1, \sigma_1), (m_2, \sigma_2)$  vie útočník vytvoriť validný podpis  $(m_1 m_2 \bmod n, \sigma_1 \sigma_2 \bmod n)$

# RSA podpisová schema

2. pokus – „hašovaná“ verzia

**Gen:** rovnaké ako v predošlom prípade

**Sig:**  $\sigma = H(m)^d \bmod n$

**Vrf:**  $\sigma^e \bmod n == H(m) ?$

- ✓ Môžeme podpisovať ľubovoľne dlhé správy
- ✓ Odolnosť H voči nájdeniu vzoru  $\Rightarrow$  odolnosť schémy voči falšovaniu náhodnej správy
  - H musí byť odolná voči kolíziám
  - RSA-FDH (Full Domain Hash) schéma využívajúca h.f. H, ktorej obraz  $\in \mathbb{Z}_n$ 
    - Dokázateľná bezpečnosť v modeli s náhodným orákulom
  - Obraz H je zvyčajne kratší ako  $n \Rightarrow$  padding

# PKCS #1 v 1.5 (EMSA-PKCS1-v1\_5)

- Konštrukcia štandardizovaná v roku 1998
  - Bez formálneho dôkazu bezpečnosti
- Často používaná v praxi, napr. v X.509 certifikátoch:
  - „sha1RSA“ alebo „PKCS #1 sha1 with RSA encryption“
- Padding pre odtlačok  $H(M)$ :  
 $0x00 \parallel 0x01 \parallel 0xff \parallel \dots \parallel 0xff \parallel 0x00 \parallel H(m)$

“Moreover, while no attack is known against the EMSA-PKCS-v1\_5 encoding method, a gradual transition to EMSA-PSS is recommended as a precaution against future developments.” (RFC 3447)

# RSA-PSS

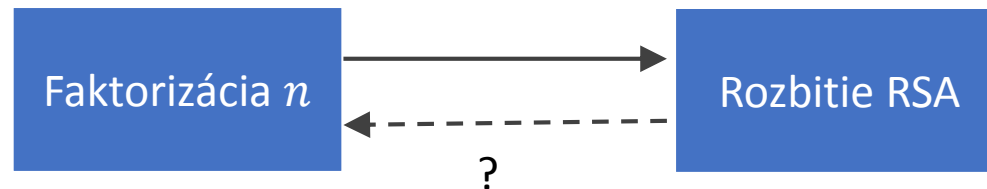
- Probabilistic Signature Scheme – štandardizovaná v roku 2002 PKCS #1 v 2.1, RFC 3447
- Dokázateľne bezpečná v modeli s náhodným orákulom

Úspešný EUF-CMA útočník

⇒ vieme riešiť RSA problém (počítať  $e\sqrt{\cdot} \pmod n$ )

**! Za predpokladu, že H je modelované ako náhodné orákulom**

- dôkaz nehovorí o bezpečnosti schémy ak je použitá štandardná h.f.

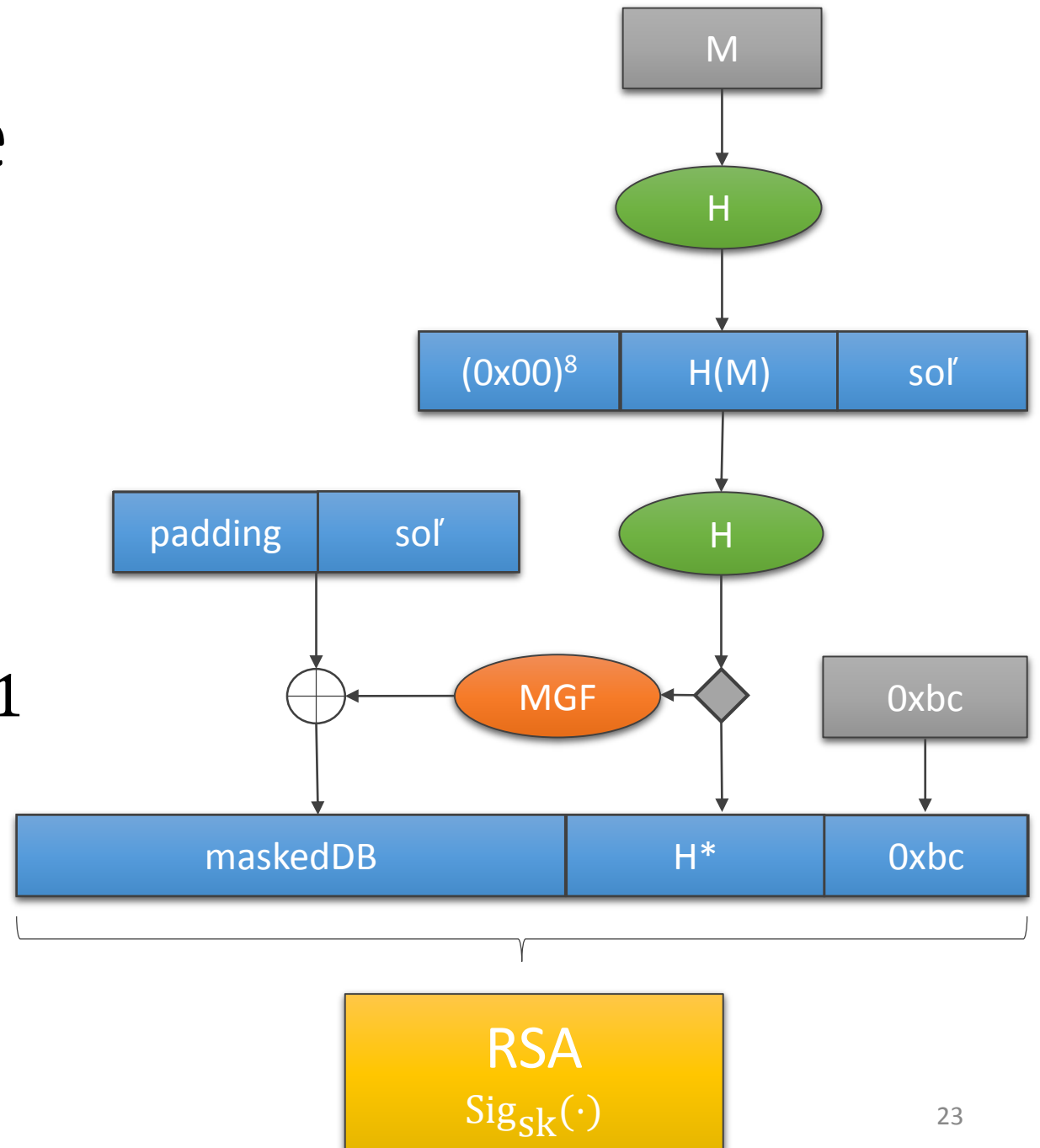


# RSA-PSS - podpisovanie

MGF - Mask Generation Function  
(použité aj v RSA-OAEP)

soľ - sekvencia náhodných bajtov

padding =  $0x00 \parallel \dots \parallel 0x00 \parallel 0x01$



# RSA-PSS - overovanie

$Vrf_{pk}(m, \sigma)$

1. Parsuj a over:  $\sigma^e \bmod n \mapsto \text{maskedDB} \parallel H^* \parallel 0\text{xbc}$
2.  $\text{DB} = \text{maskedDB} \oplus \text{MGF}(H^*)$
3. Parsuj a over:  $\text{DB} \rightarrow \text{padding} \parallel \text{sol}'$
4. Over, či  $H^* = H((0\text{x00})^8 \parallel H(m) \parallel \text{sol}')$

Podpis je validný, ak sedia všetky kontroly



# RSA – podpisové schémy

**RSA-PKCS #1 v 1.5** – bez dôkazu bezpečnosti, bez známych útokov, útoky na rôzne varianty

- V praxi často používané
- „Deprecated“

**RSA-FDH** – dôkaz bezpečnosti v modeli s náhodným orákulom

- V praxi málo používané – ako najst' h.f. s obrazom 2048 bitov?

**RSA-PSS** – dôkaz bezpečnosti v modeli s náhodným orákulom

- Štandard PKCS #1 v 2.1
- V súčasnosti najlepší spôsob ako podpisovať s RSA  $\geq$  1024 bitov

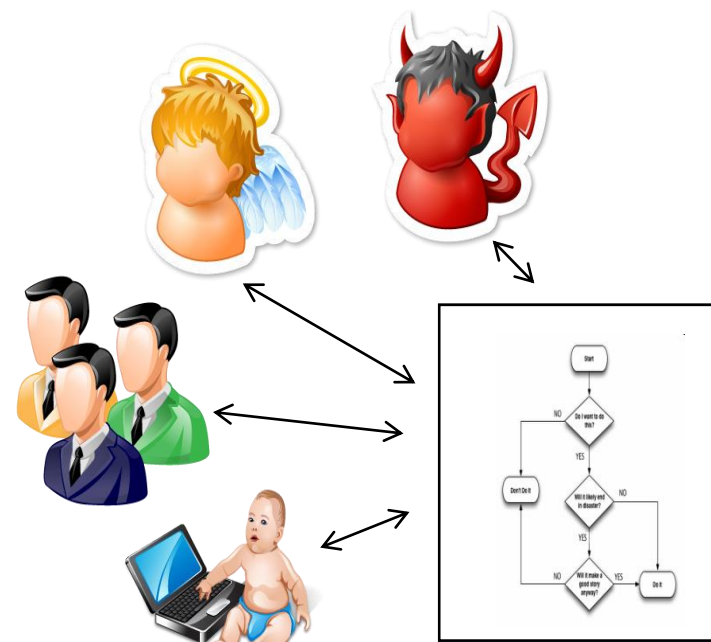
# \*Náhodné orákulum

- Kompikovanú h.f. nahradíme jednoduchým matematickým objektom – náhodnou funkciou
- T.j. odtlačok  $Y = H(M)$  je vybraný uniformne náhodne pre každé  $M$ 
  - $Y$  je nezávislé na  $M$
  - Pre rôzne  $M_1, M_2, \dots$ , odtlačky  $Y_i = H(M_i)$  sú navzájom úplne nezávislé
  - Je ťažké nájsť kolíziu
  - Je ťažké hľadať predobrazy
  - atď.

# \* Model s náhodným orákulom

[Bellare-Rogaway, 1993]

1. „Predstieraj“, že  $H$  je náhodná
2. Navrhni kryptosystém, ktorý bude využívať takú (náhodnú)  $H$ 
  - Dokáž bezpečnosť systému vzhľadom na „náhodné orákulum“
3. Nahrad' náhodné orákulum skutočnou h.f.
  - Dúfaj, že systém ostane bezpečný



# \* Model s náhodným orákulom: odôvodnenie

- Nech  $S$  je schéma (napr. podpisová) využívajúca h.f.  $H$
- Ak dokážeme, že  $S$  je bezpečná za predpokladu, že  $H$  je náhodná, potom akýkoľvek útok na  $S$  musí využiť nejakú „nonrandom“ vlastnosť hašovacej funkcie  $H$ 
  - T.j. mali sme si vybrať lepšiu  $H$ , bez tejto „nonrandom“ vlastnosti
- **Problém:** ako vieme, ktoré „nonrandom“ vlastnosti sú dôležité / využiteľné útočníkom?
- **Problém:** Existujú podpisové schémy, ktoré
  - Sú bezpečné vzhľadom na náhodné orákulum
  - Sú ľahko prelomiteľné pre každú skutočnú h.f.

# ElGamal

- Taher ElGamal, 1984
- ElGamalovu šifrovaciu schému nie je možné použiť aj na podpisovanie
  - Len veľmi málo schém je bijekcia ako RSA

**Inicializácia – Gen:** (rovnaké ako v šifrovacej schéme)

1. Vygeneruj vhodné prvočíslo  $p$ , generátor  $g$  grupy  $\mathbb{Z}_p^*$
2.  $x \overset{\$}{\leftarrow} \{2, \dots, p - 2\}$
3.  $y = g^x \bmod p$
4. Verejný kľúč  $pk = (p, g, y)$
5. Súkromný kľúč  $sk = x$

# ElGamal

Podpisovanie -  $\text{Sig}_{sk}(m)$ :

1.  $k \stackrel{\$}{\leftarrow} \mathbb{Z}_{p-1}$ ,
  - pričom  $\text{gcd}(k, p - 1) = 1$
2.  $r = g^k \pmod p$
3.  $s = (H(m) - xr) \cdot k^{-1} \pmod{(p - 1)}$
4.  $\sigma = (r, s)$

Overovanie -  $\text{Vrf}_{pk}(m, (r, s))$

1. Over, či  $1 \leq r < p$
2. Over, či
$$y^r \cdot r^s \equiv g^{H(m)} \pmod p$$

# ElGamal

- Korektnosť
  - $1 \leq r < p$  triviálne platí (ak  $(r, s)$  je validný podpis správy  $m$ )
  - $y^r \cdot r^s \equiv g^{xr} \cdot g^{ks} \equiv g^{xr+ks} \equiv g^{H(m)} \pmod{p}$
- Efektívnosť
  - Sig – jedno modulárne umocnenie, môže sa predvypočítať
  - Vrf – 3 modulárne umocnenia
  - Dĺžka podpisu  $\sim$  dvojica prvkov zo  $\mathbb{Z}_p$
- Bezpečnosť
  - Výpočítať súkromný kľúč  $x$  z  $y$  je zrejme ťažké - problém diskretného logaritmu

# ElGamal - bezpečnosť

- Predpovedateľné  $k$  vedie k odhaleniu súkromného kľúča

$$s = (H(m) - xr) \cdot k^{-1} \pmod{p-1}$$

$$\Rightarrow x = (H(m) - ks) \cdot r^{-1} \pmod{p-1}$$

- Dvojnásobné použitie rovnakého  $k$  vedie k odhaleniu s.k.

- $m_1, (r_1, s_1) \Rightarrow H(m_1) \equiv xr + ks_1 \pmod{p-1}$

- $m_2, (r_2, s_2) \Rightarrow H(m_2) \equiv xr + ks_2 \pmod{p-1}$

- Teda  $H(m_1) - H(m_2) \equiv k(s_1 - s_2) \pmod{p-1}$

- Nech  $d = \gcd(s_1 - s_2, p - 1)$

- Ak  $d = 1$  tak  $k = (H(m_1) - H(m_2))(s_1 - s_2)^{-1} \pmod{p-1}$

- V opačnom prípade rovnicu podelíme  $d$ , vyriešime a následne odtestujeme  $d$  kandidátov na  $k$



# ElGamal - bezpečnosť

- Kontrola  $1 \leq r < p$  je nutná
  - Nech  $(r, s)$  je podpis  $m$ , t.j.  $g^{H(m)} \equiv y^r r^s \pmod{p}$
  - V opačnom prípade je možné vypočítať falošný podpis  $(r', s')$  pre nejakú inú správu  $m' \neq m$ 
    1. Vypočítajme  $u = H(m') \cdot H(m)^{-1} \pmod{p-1}$  (ak je  $H(m)$  nesúdeliteľné s  $p-1$ )
$$g^{H(m')} \equiv g^{H(m)u} \equiv y^{ur} \cdot r^{us} \pmod{p}$$
    2. Nech  $s' = us \pmod{p-1}$  a vypočítajme  $r'$  pre ktoré platí
$$r' \equiv ru \pmod{p-1}$$
$$r' \equiv r \pmod{p}$$
  - $(r', s')$  je podpis  $m'$
  - Keďže  $H$  je odolná voči kolíziám, s veľkou pravdepodobnosťou je  $r' \geq p$ 
    - V opačnom prípade je  $u = 1$  a teda máme kolíziu  $H(m') \equiv H(m) \pmod{p-1}$

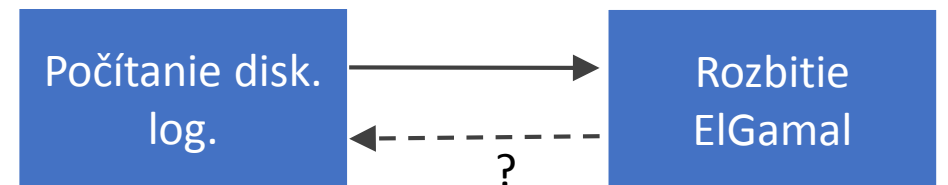
# ElGamal – bezpečnosť

- Bleichenbacherov útok (1996)

- Faľšovanie podpisov ak  $g$  má malé prvočíselné faktory a  $g|(p - 1)$
- T.j.  $g = 2$  je zlá voľba
- Poznámka: pre problém diskretného logaritmu sú všetky voľby generátora  $g$  ekvivalentné

- Zhrnutie

- Vieme počítať disk. log.  $\Rightarrow$  vieme rozbiť ElGamal
- Neexistuje formálny dôkaz bezpečnosti ElGamal
  - Ani v modeli s náhodným orákulom



# DSA

- Súčasť štandardu DSS - FIPS 186-4 (DSA, RSA, ECDSA)
- Bezpečnosť súvisí s problémom diskretného logaritmu
- Vychádza z ElGamalovej schémy

## Inicializácia - Gen:

1. Vygeneruj prvočísla  $p, q$  (napr.  $|p| = 2048, |q| = 256$ ), pričom  $q|(p - 1)$
2. Vygeneruj  $h \stackrel{\$}{\leftarrow} \mathbb{Z}_{p-1}$ , vypočítaj  $g = h^{p-1/q} \bmod p$
3. Súkromný kľúč:  $x \stackrel{\$}{\leftarrow} \mathbb{Z}_q^*$
4. Verejný kľúč:  $y = g^x \bmod p$  a parameter  $p, q, g$

# DSA

## Podpisovanie - $\text{Sig}_{sk}(m)$ :

1.  $r = g^k \bmod p \bmod q$ , kde  
\$  
 $k \leftarrow \mathbb{Z}_q^*$
2.  $s = k^{-1}(H(m) + xr) \bmod q$
3. Ak  $r = 0$  alebo  $s = 0$  začni znova krokom 1 (veľmi málo pravdepodobné)
4.  $\sigma = (r, s)$

## Overovanie - $\text{Vrf}_{pk}(m, (r, s))$

1. Over, či  $r, s \in \mathbb{Z}_q^*$
2.  $u_1 = H(m) \cdot s^{-1} \bmod q$   
 $u_2 = r \cdot s^{-1} \bmod q$
3. Over, či  
 $(g^{u_1} \cdot y^{u_2} \bmod p) \bmod q = r$

# DSA

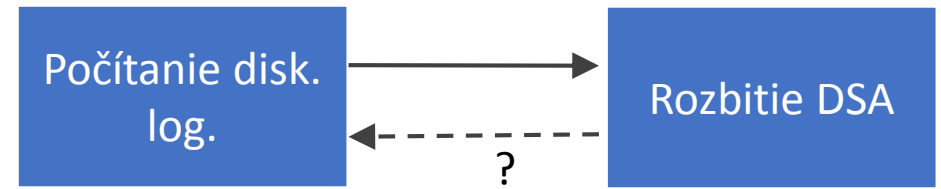
- Korektnosť:

- $(g^{u_1} \cdot y^{u_2} \bmod p) \bmod q = g^{H(m)s^{-1}+xrs^{-1}} \bmod p \bmod q$   
 $= g^{s^{-1}(H(m)+xr)} \bmod p \bmod q = g^k \bmod p \bmod q$   
 $= r$

- Ak  $r = 0$ , potom podpis nezávisí na súkromnom kľúči  $x$  (podpis možno ľahko falšovať)
- Ak  $s = 0$ , potom  $s^{-1} \bmod q$  neexistuje
- Predpovedateľné  $k$  vedie ku kompromitácii súkromného kľúča
  - (2010) Sony PS3 ECDSA s konštantným  $k$
  - Existuje variant deterministickej voľby  $k$  odvodennej zo s.k. a  $H(m)$  (RFC 6979)

# DSA

- Parametre  $p$ ,  $q$ ,  $g$  môžu byť zdieľané medzi viacerými používateľmi systému
  - Málo používané, potreba zabezpečiť, že neboli vyberané útočníkom
  - Existuje overiteľná procedúra na generovanie týchto parametrov (súčasť štandardu)



## Bezpečnosť DSA:

- Súvisí s problémom diskretného logaritmu
  - Vieme počítať disk. log.  $\Rightarrow$  vieme rozbiť DSA
- Neexistuje formálny dôkaz bezpečnosti DSA
  - Ani v modeli s náhodným orákulom

# DSA, RSA, ElGamal

- DSA je výkonovo porovnateľné s ElGamalom
  - DSA má kratší podpis
- DSA má rýchlejšie podpisovanie ako overovanie
  - Vhodné pre výpočtovo slabé zariadenia – Smart Karty
- DSA ma kratší podpis ako RSA
- RSA má rýchlejšie overovanie ako podpisovanie
  - Podpis robíme raz, overovať môžeme viac krát
- DSA navrhovalo NSA, možno obsahuje zadné vrátka
  - Výber algoritmov DSA nebol verejný

# DSA, RSA, ElGamal

n	Dížka hašu	Dížka podpisu	Bezpečnosť
<b>RSA-FDH</b>			
1024	1024	1024	80
2048	2048	2048	112
3072	3072	3072	128
<b>RSA-PSS</b>			
1024	160-512	1024	80
2048	160-512	2048	112
3072	160-512	3072	128

p	q	Dížka hašu	Dížka podpisu	Bezpečnosť
<b>DSA</b>				
1024	160	160	320	80
2048	224	224	448	112
3072	256	256	512	128
<b>ElGamal</b>				
1024	-	1024	2048	80
2048	-	2048	4096	112
3072	-	3072	6144	128



# ECDSA

- Variant DSA nad eliptickými krivkami
- Problém diskretného logaritmu je nad eliptickými krivkami ťažší  
⇒ môžeme použiť kratšie kľúče
- Dĺžka kľúča 160-256 bitov ekvivalentná 1024-3072 bitovému RSA
  - Ekvivalentné 80-128 bitovej bezpečnosti symetrických schém

Dĺžka kľúča	Dĺžka podpisu	Dĺžka hašu	Bezpečnosť
160	320	160	80
224	448	224	112
256	512	256	128

# ECDSA

## Inicializácia Gen:

### 1. Voľba parametrov eliptickej krivky (CURVE, $G$ , $n$ )

- CURVE – rovnica / popis eliptickej krivky (väčšinou trojica  $(p, a, b)$ ,  $p$  je prvočíslo – definuje pole  $\mathbb{F}_p$ ,  $a, b$  sú konštanty popisujúce krivku  $y^2 = x^3 + ax + b$
- $G$  – bod na krivke - generátor podgrupy rádu  $n$
- Voľba parametrov krivky je netriviálna – možnosť vybrať zo štandardných „pomenovaných“ kriviek – napr. z NIST

### 2. Súkromný kľúč: $x \stackrel{\$}{\leftarrow} \{1, \dots, n - 1\}$

### 3. Verejný kľúč: $Y = x \times G$

$\times$  znamená skalárne násobenie bodu na krivke (t.j.  $G + G + \dots + G$ )

# ECDSA

## Podpisovanie - $\text{Sig}_x(m)$ :

1.  $k \overset{\$}{\leftarrow} \{1, \dots, n - 1\}$
2.  $(x_1, y_1) = k \times G$
3.  $r = x_1 \bmod n$
4.  $s = k^{-1}(H(m) + rx) \bmod n$
5. Ak  $r = 0$  alebo  $s = 0$  začni znova krokom 1 (veľmi málo pravdepodobné)
6.  $\sigma = (r, s)$

## Overovanie - $\text{Vrf}_Y(m, (r, s))$

1. Over, či  $r, s \in \{1, \dots, n - 1\}$
2.  $w = s^{-1} \bmod n$
3.  $u_1 = H(m) \cdot w \bmod n$   
 $u_2 = rw \bmod n$
4.  $(x_1, y_1) = u_1 \times G + u_2 \times Y$
5. Over, či  $r \equiv x_1 \pmod{n}$

# Výkonové porovnanie

	podpisovanie [operácie/s]	overovanie [operácie/s]
<b>RSA-1024</b>	6 100	93 281
<b>RSA-2048</b>	857	27 496
<b>RSA-4096</b>	118	7 370
<b>ECDSA-224 (nistp224)</b>	15 375	7 349
<b>ECDSA-256 (nistp256)</b>	9 024	3 697
<b>ECDSA-521 (nistp521)</b>	3 252	1 501

i7-2600, 3.40GHz, Ubuntu 12.04 LTS 64-bit, openssl 1.0.1, 8kB bloky

# (Ne)determinizmus

- **Nederministické schémy**
  - Pre jednu správu existuje veľa podpisov
  - ElGamal, DSA, RSA-PSS
  - Generovanie náhodných čísel je ťažké, hlavne na smart kartách
  - Existujú metódy ako ich zmeniť na deterministické schémy bez straty bezpečnosti
    - RFC 6979 pre DSA
- **Deterministické schémy**
  - Pre každú správu existuje len jeden podpis
  - RSA-FDH, RSA-PKCS #1 v 1.5

# Bezpečnosť podpisov v čase

Čas útočníka na rozbitie schémy

- Autentizácia: ~1 hodina – potom je už neskoro
- Digitálny podpis: 20 rokov a viac...

Treba brať do úvahy aj útoky odhalené až v budúcnosti

# Dĺžky kľúčov

Ochrana	Symetrický kľúč	Výstup hašovacej funkcie	RSA modul	Eliptická krivka
~ 4 roky	80	160	1248	160
~ 20 rokov	112	224	2432	224
~ 30 rokov	128	256	3248	256
	256	512	15424	512

- Podľa správy ECRYPT II (2012)
- Porovnanie rôznych metód: [www.keylength.com](http://www.keylength.com)
- Bezpečnosť vs. výpočtové nároky

# Timestamping

- Časom môže dôjsť ku kompromitácii podpisovej schémy / súkromného kľúča podpisujúceho
- Eva odhalí súkromný kľúč Boba  $\Rightarrow$  môže falšovať Bobov podpis na akejkolvek správe
- Autentickosť všetkých Bobových podpisov pred kompromitáciou kľúča je teda taktiež otázna
- Problém je, že nevieme určiť kedy bola správa podpísaná
- Timestamping – dôkaz, že správa bola podpísana v určitom čase



# Timestamping

Ako na to

Nech **pub** je nejaká nepredpovedateľna verejne dostupná informácia (napr. hodnota akcií na burze)

Postup: nech  $m$  je správa, ktorú chce Bob podpísať

1. Bob vypočíta  $z = H(m)$
2. Bob vypočíta  $z' = H(z' \parallel \text{pub})$
3. Bob vypočíta  $y = \text{Sig}_{sk}(z')$
4. Bob zverejní  $(z, \text{pub}, y)$  v novinách

Zjavne, podpis nemohol byť vytvorený po tom, ako bolo  $(z, \text{pub}, y)$  zverejnené

Nepredpovedateľnosť **pub** znamená, že podpis nemohol byť vytvorený ani predtým

# Timestamping

Dôveryhodný poskytovateľ časových pečiatok

- Autorita (TSA), ktorá garantuje časovú pečiatku dokumentu
- Alica chce opečiatkovať dokument  $m$ 
  1. A vypočíta  $z = H(m)$  a pošle ho TSA
  2. TSA vygeneruje pečiatku  $ts$ 
    - vypočíta  $z' = H(z \parallel ts)$
    - podpíše  $y = \text{Sig}_{sk_{TSA}}(z')$
  3. A udržuje  $(ts, y)$  ako dôkaz
- Každý môže overiť podpis a pečiatku
- TSA nevidí samotný dokument

# Slepé podpisy

- Interaktívny protokol medzi podpisujúcim  $S$  a odosielateľom  $A$
- Podpisujúci nevie čo podpisuje, no odosielateľ získa korektný podpis zvoleného dokumentu
  - Elektronické peniaze, Elektronický notár

1.  $A \rightarrow S: r = H(m) \cdot x^e \bmod n$ , kde  $x \stackrel{\$}{\leftarrow} \mathbb{Z}_n^*$

2.  $S \rightarrow A: s = r^d \bmod n$ , t.j.  $S$  podpíše prijatú správu a pošle ju  $A$

3.  $A$  vypočíta podpis  $m$ :

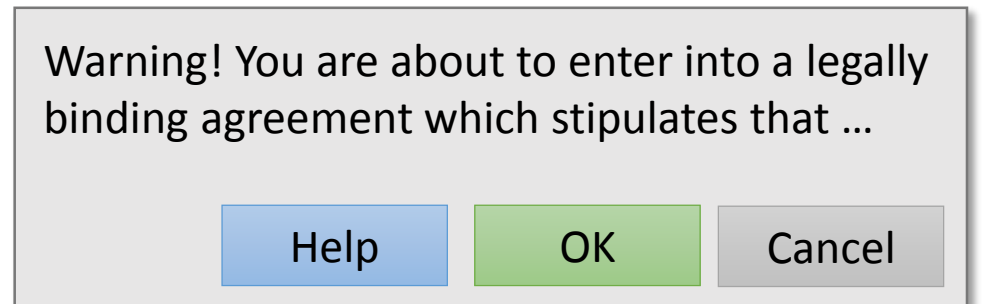
$$\begin{aligned} 4. \quad s \cdot x^{-1} \bmod n &= (r^d \bmod n) \cdot x^{-1} \bmod n \\ &= H(m)^d \cdot x^{ed} \cdot x^{-1} \bmod n \\ &= H(m)^d \bmod n \end{aligned}$$

# Nepopierateľnosť autorstva v praxi

- Teoreticky môžeme hovoriť, že digitálne podpisy poskytujú nepopierateľnosť autorstva
  - Bez znalosti súkromného kľúča nikto nevie vytvoriť validný podpis
- V praxi je to však veľmi ťažké dosiahnuť
  - Existencia manuálneho podpisu znamená, že podpisujúci mal dočinenia a videl podpísaný dokument
  - Existencia dig. podpisu znamená, že niekedy niečo vykonalo matematickú operáciu nad nejakými dátami

# Nepopierateľnosť autorstva v praxi

- Validný digitálny podpis môže byť veľmi jednoducho popretý
  - „Software ma nedostatočne upozornil na dôsledky vykonaných akcií“
    - „babička klikla na zlé tlačidlo a prišla o dom“
  - „Urobil to vírus“
    - Univerzálna výhovorka
  - Používateľ zverejnil svoj súkromný kľúč
    - Môžeme ho potrestať za ľahostajnosť, ale nie za obsah podpísaného dokumentu
    - Ak má podpis časovú pečiatku, používateľ bude tvrdiť, že v čase podpisovania ešte nevedel o kompromitácii svojho súkromného kľúča
- Potrebujeme vytvoriť ekvivalent „informovaného súhlasu“ (WYSIWYS)

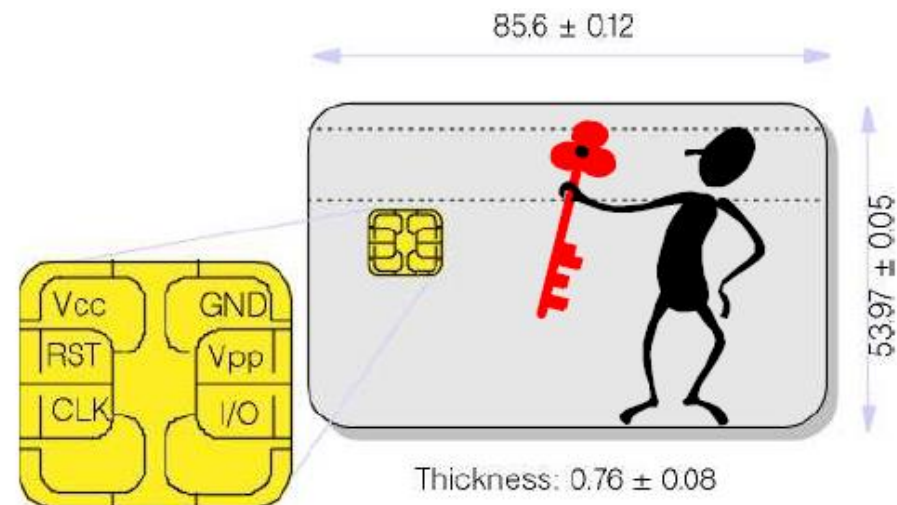


# Smart karty, bezpečný hardware

Súkromný kľúč musí zostať utajený!

Musí byť bezpečne

- Generovaný
- Uložený
- Používaný
- Zálohovaný
- Vymazaný



Počítač neposkytuje dostatočnú bezpečnosť

**Riešenie: smart karty**

- Pre zavedenie nepopierateľnosť autorstva je bezpečný hardware kľúčový

# Útoky postrannými kanálmi

- Timing útoky
- Meranie napätia
- EM merania – TEMPEST
- Meranie hlučnosti
- ...

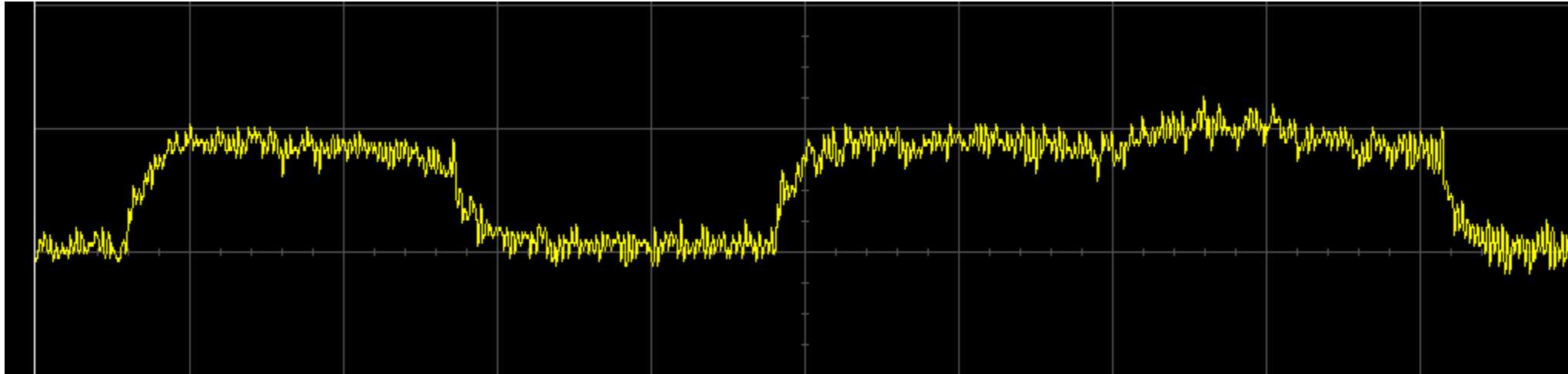


# Timing útoky

- Čas behu nejakého kroku algoritmu môže závisieť od dát
- Čas beh algoritmu „square-and-multiply“ na počítanie modulárneho umocňovania závisí od počtu 1 v kľúči
- 2003, Boneh, Brumley – timing útok na SSL využívajúci slabinu v implementácii RSA využívajúcu optimalizáciu cez čínsku zvyškovú vetu
  - Na odhalenie súkromného kľúča stačilo niekoľko hodín
- Ochrana: „maskovacie“ techniky v implementácii algoritmov



# Meranie napätia



- Priebeh napätia počas výpočtu RSA podpisu na smart karte
- Ľavý vrchol – priebeh napätia CPU počas kroku algoritmu bez násobenia
- Pravý vrchol – napätie CPU počas kroku s násobením
- Môžeme tak rozoznať bity súkromného kľúča

# Aplikácie digitálnych podpisov

- V praxi je podpisovanie správ pre iných používateľov (t.j. nie pre automatizované procesy) veľmi zriedkavé
  - Používatelia zväčša overia autenticitu správy na základe obsahu, nie digitálneho podpisu
- **Príklad: S/MIME a digitálne podpisy**
  - Vývojari S/MIME diskutovali či použijú dig. podpisy v ich mailing liste
    - Správy od ľudí, ktorých poznáte môžete overiť na základe ich obsahu
    - Podpis od ľudí, ktorých nepoznate je irelevantný
  - Používanie digitálnych podpisov je taktiež vcelku obtiažne
  - Výsledok: vývojari S/MIME nepoužívajú dig. podpisy na posielanie správ

# Aplikácie digitálnych podpisov

- WEB – SSL/TLS
- Autentizácia software (Microsoft, Apple store, Google play, ...)
- Bankové karty – internet banking
- PKI
- Bezpečný email – S/MIME
- ...

# Štandardy

- DSS - FIPS 186-4
  - ECDSA + SHA256
- PKCS - Public-Key Cryptography Standards
  - Implementačné štandardy
  - PKCS #1: RSA Cryptography Standard
  - PKCS #5: Password-Based Cryptography Standard
  - PKCS #7: Cryptographic Message Syntax Standard
  - PKCS #10: Certification Request Syntax Standard
  - PKCS #11: Cryptographic Token Interface Standard
  - PKCS #12: Personal Information Exchange Syntax Standard

# Záver

Bez ohľadu na podpisovú schému, digitálne podpisy vyžadujú nasledovné

## **1. Kvalitné algoritmy**

- Bezpečnosť niektorých podpisových schém bola kompromitovaná

## **2. Kvalitná implementácia**

- Dobrý algoritmus implementovaný s chybou nefunguje

## **3. Súkromný kľúč musí zostať utajený**

- V prípade jeho odhalenie môže útočník falšovať podpisy

## **4. Identita držiteľa verejného kľúča musí byť overiteľná**

- PKI

## **5. Používatelia (a software) musia dodržiavať postup podpisovacieho protokolu**

# Záver

- Digitálne podpisy vs. elektronické podpisy vs. ručné podpisy
- Digitálny podpis: autenticita, integrita, nefalšovateľnosť, **nepopierateľnosť pôvodu**
- Najznámejšie podpisové schémy
  - RSA-FDH, RSA-PKCS #1 v1.5, **RSA-PSS**
  - ElGamal, DSA, **ECDSA**
- Použitie rovnakých kľúčov na šifrovanie a podpisovanie sa neodporúča
- Časové pečiatky
- Bezpečný hardware je nevyhnutný
  - Útoky postrannými kanálmi

Ďakujem za pozornosť